به نام خدا

جداسازی کور منابع (دکتر اخوان)

تمرین سری **هشتم**

نیم‌سال دوم ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آرمان مجیدی – ۸۱۰۱۰۰۲۰۵

بخش اول

مقدمه

در این بخش به دنبال این هستیم که جداسازی منابع کور را با فرض استقلال منابع حل کنیم.

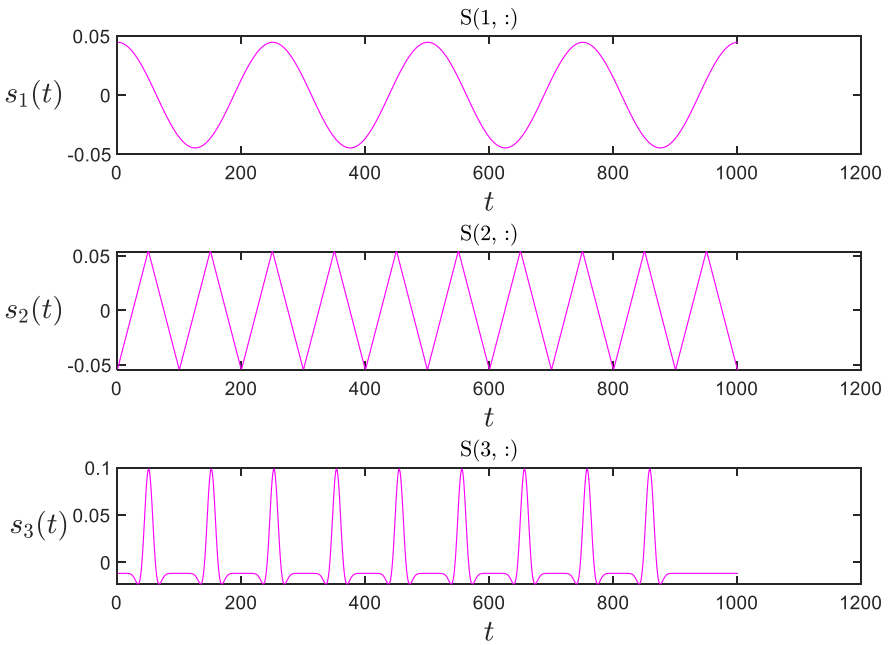
در قسمت ۰، ابتدا منابع و مشاهدات بدون نویز و مشاهدات نویزی را رسم می کنیم.

سپس در قسمت ۱، به دنبال این هستیم که ماتریس جدا کننده را بدست آوریم. در ادامه و در قسمت ۳، ابهام منابع و ابهام ترتیب را حذف می کنیم و خطا را بدست می آوریم.

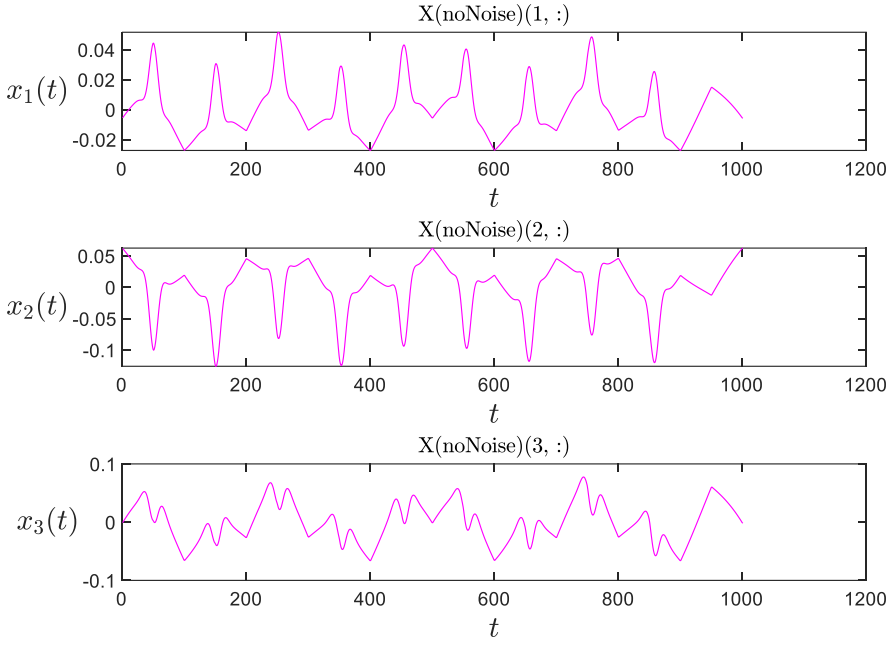
در انتها و در قسمت ۳، نمودار همگرایی را رسم و نتایج بدست آمده را گزارش می کنیم.

قسمت ۰

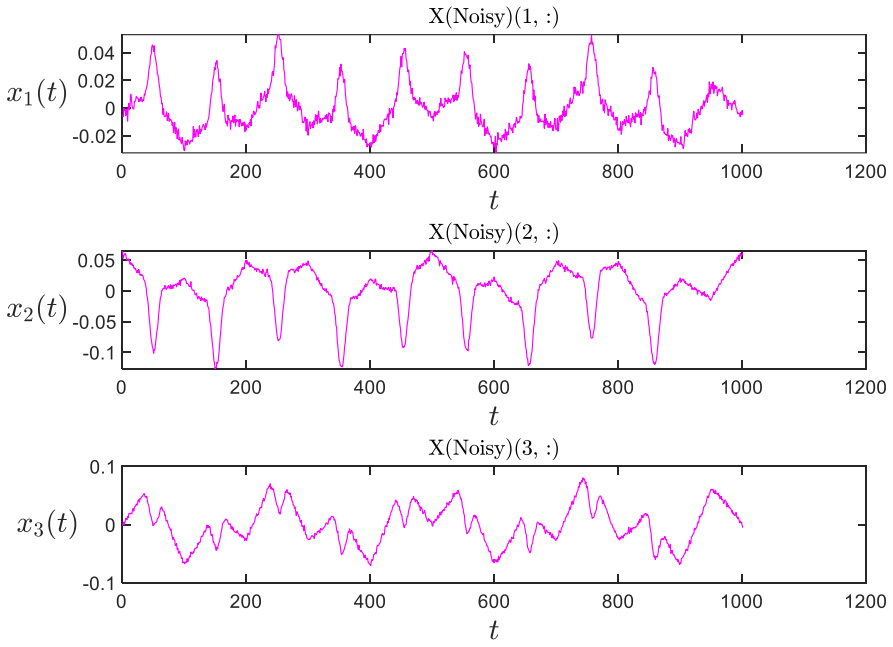
ابتدا از فرمول های $X = A\,S + Noise$، ماتریس مشاهدات نویزی را بدست می آوریم. همچنین، از فرمول $X = A\,S$ نیز مشاهدات بدون نویز بدست می آید. حال، نمودار های خواسته شده را رسم می کنیم. تصویر ۱.۱ نمودار منابع، تصویر ۱.۲ نمودار مشاهدات بدون نویز و تصویر ۱.۳ نمودار مشاهدات نویزی را نشان می دهد.



تصویر ۱.۱: منابع



تصویر ۱.۲: مشاهدات بدون نویز



تصویر ۱.۳: مشاهدات نویزی

قسمت ۱

در این قسمت به دنبال کمینه سازی D_{KL} می باشیم. همچنین، برای تخمین تابع رتبه از روش MSE استفاده می کنیم. حال طبق الگوریتم های توضیح داده شده در کلاس داریم:

$$f(B) = -H(y) + \sum_{m=1}^{M} H(y_m) \rightarrow \begin{cases} B^{(k+1)} \leftarrow B^{(k)} - \mu \dfrac{\partial f}{\partial B} \\ normalizing\ rows\ of\ B^{(k+1)} \end{cases}$$

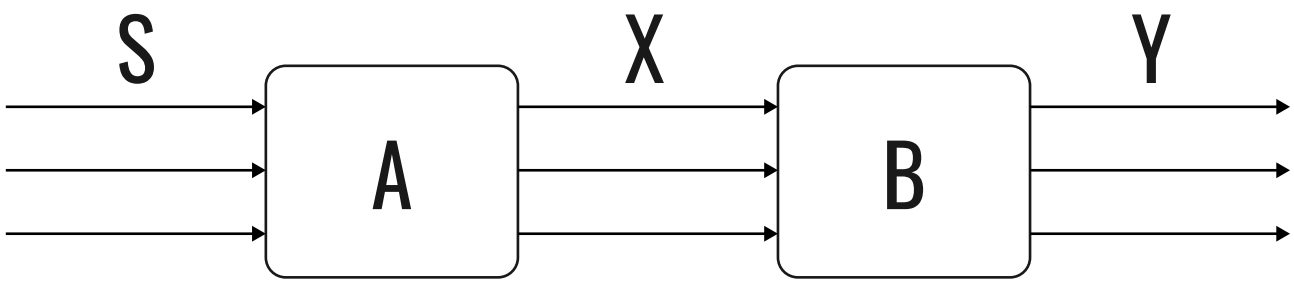
$$Score\ Function: \psi_Y(y) = -\frac{P_Y{}'(y)}{P_Y(y)}$$

$$MSE: \hat{\psi}_Y(y) = \theta^T K(y) = \theta^T \begin{bmatrix} 1 \\ y \\ y^2 \\ y^3 \\ y^4 \\ y^5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} g(\theta) = E\{\theta^T K(y) K^T(y) \theta\} - 2E\{\theta^T K'(y)\} \\ \dfrac{\partial g}{\partial \theta} = 2E\{K(y)K^T(y)\}\theta - 2E\{K'(y)\} = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \hat{\theta} = (E\{K(y)K^T(y)\})^{-1} E\{K'(y)\} \Rightarrow \hat{\theta}: \checkmark \rightarrow \hat{\psi}_Y(y): \checkmark \Rightarrow \hat{\psi}_Y(y) = \hat{\theta}^T K(y)$$

$$\rightarrow \frac{\partial f}{\partial B} = E\{\psi_Y(y) x^T\} - B^{-T}$$

تصویر ۱.۴، نمودار کلی مسئله BSS را نشان می دهد.



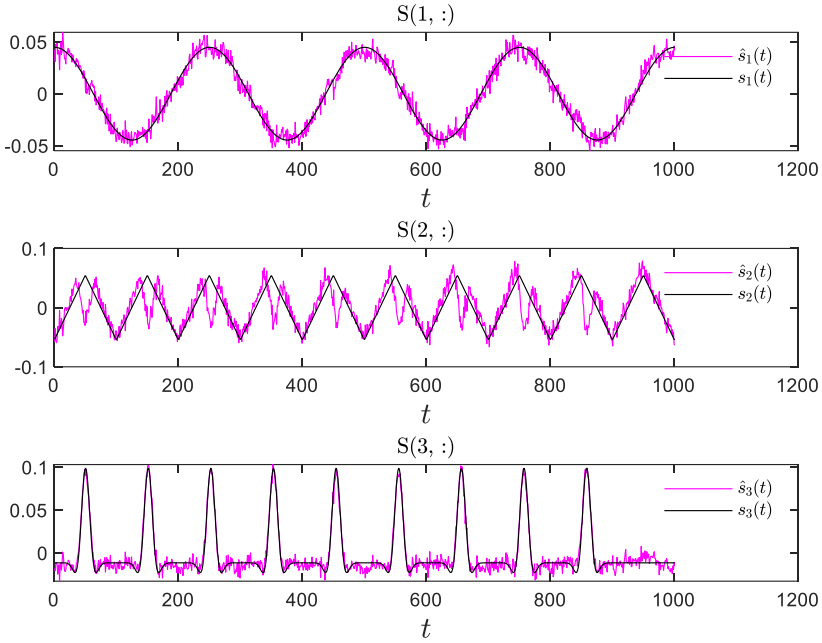
تصویر ۱.۴: نمودار کلی مسئله BSS

حال، ماتریس بدست آمده از ضرب ماتریس جدا کننده و ماتریس مخلوط کننده اصلی را بدست می آوریم. این ماتریس از رابطه $permutation_matrix = B \times A$ بدست می آید. این ماتریس به صورت زیر می باشد:

$$permutation_matrix = \begin{bmatrix} -0.4374 & -0.0420 & 0.0426 \\ 0.0127 & -0.3192 & \boxed{0.2220} \\ 0.0134 & -0.0667 & -0.4679 \end{bmatrix}$$

همان طور که مشاهده می شود، درایه نشان داده شده باعث شده تا ماتریس بدست آمده، از `permutation_marix` دور باشد.

همچنین، تصویر ۱.۵ مقایسه منابع تخمین زده شده از مشاهدات نویزی با منابع اصلی را نشان می دهد.



تصویر ۱.۵: مقایسه منابع تخمین زده شده از مشاهدات نویزی با منابع اصلی

قسمت ۲

رابطه خطا از فرمول زیر بدست می آید:

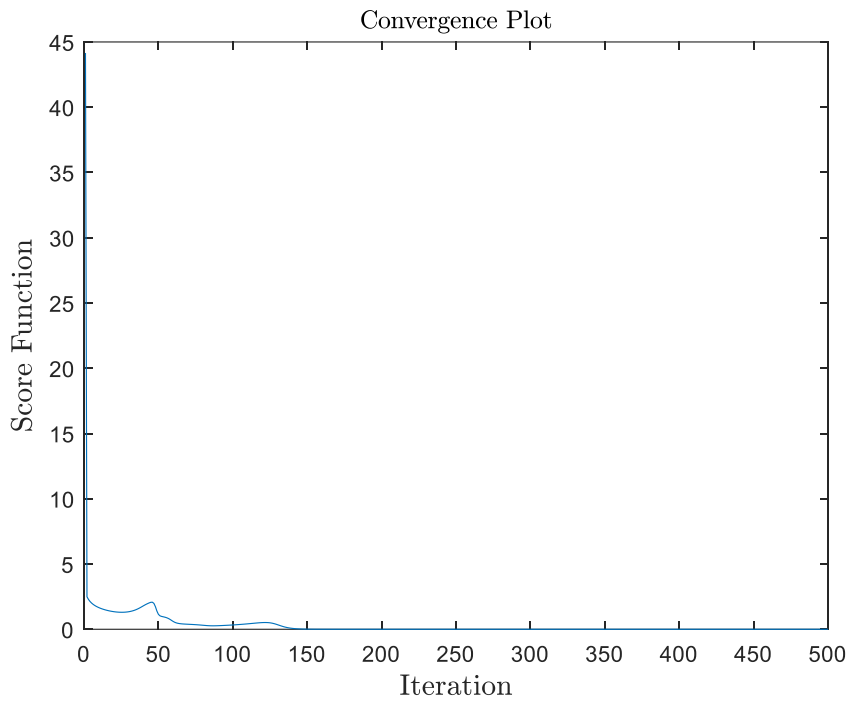
$$E = \frac{\|\hat{S} - S\|_F^{\,2}}{\|S\|_F^{\,2}}$$

نتایج بدست آمده از یک بار اجرای که به صورت زیر می باشد:

$$E = 0.22726$$

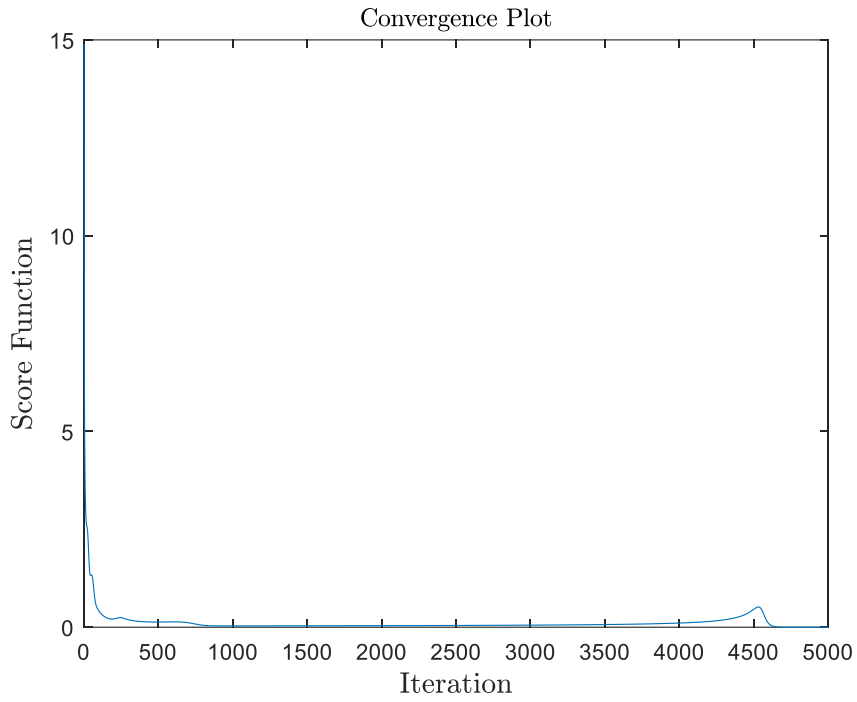
قسمت ۳

اگر چه تابع هدف برابر با $f(B) = -H(y) + \sum_{m=1}^{M} H(y_m)$ می باشد، اما $\frac{\partial f}{\partial B}$ را به عنوان تابع هدف در نظر می گیریم و نمودار آن را بر حسب شماره `iteration` رسم می کنیم. نمودار این تابع هدف در تصویر ۱.۶ آمده است.



تصویر ۱.۵: نمودار تابع هدف بر حسب شماره `iteration` ($500\ iteration$)

برای مشاهده بهتر این تابع هدف، تعداد `iteration` ها را بیشتر می کنیم (10 برابر می کنیم) و مجددا این نمودار را رسم می کنیم. تصویر ۱.۷ این نمودار را نشان می دهد.



تصویر ۱.۵: نمودار تابع هدف بر حسب شماره `iteration` ($5000\ iteration$)

همان طور که مشاهده می کنیم، تابع هدف مورد نظر طی `iteration` ها به 0 میل می کند.